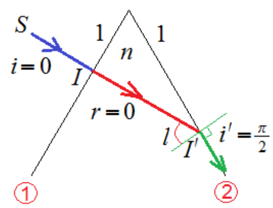
Première année Médecine — Pr B. Boutabia-Chéraitia
Année universitaire: 2021-2022

Corrigé Série 8 : Optique géométrique (2)

Exercice 1:

Quel doit être l'angle A d'un prisme de verre d'indice 1.59 pour qu'un rayon tombant normalement sur la première face donne un émergent tangent à la seconde face?

Réponses



Face (1):
$\sin i = n\sin r$
Si $i=0 \Longrightarrow r=0$
Face 2:
$\sin i' = n\sin r'$
Si $i'=\frac{\pi}{2} \Longrightarrow r'=l$
$l = arc\sin\left(\frac{1}{n}\right) = 39°$
$\sin i' = n\sin r' \Longrightarrow r' = 39°$
$A = r + r' \Longrightarrow A = 39°$

Exercice 2:

Un prisme en verre d'angle $A = 30°$ a pour indice $n = 1.65$. A partir de quelle incidence les rayons sortent-ils du prisme? Quelle serait alors leur déviation?

Réponses

$\hookrightarrow$ *Deuxième condition d'émergence:*
$i \geqslant i_0$; avec: $\sin i_0 = n\sin r_0 = n\sin(A-l)$
On calcule l'angle limite:
$l = arc\sin\left(\frac{1}{n}\right) = 37.30°$
$\Longrightarrow l = 37.30° \Longrightarrow i_0 = -12.1°$
Il y aura donc émergence à partir de $i_0 = -12.1°$
$\hookrightarrow$ *Déviation:*
$D = i + i' - A$
Si $i = i_0 \Longrightarrow i' = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow D = i_0 + \frac{\pi}{2} - A = 48.5° \equiv D_{\max}$
Remarque:
La première condition d'émergence est aussi vérifiée: $A \leqslant 2l$

Exercice 3:

Soit un prisme d'angle au sommet 30° et d'indice $n = 1.5$. Donner les valeurs des angles d'incidence, d'émergence et de déviation dans les cas suivant:

incidence rasante, incidence normale, émergence rasante, émergence normale, minimum de déviation.

Faire un schéma correspondant à chaque cas.

Réponses

a) *Incidence rasante:*

$\hookrightarrow$ 1^{er} *cas:*

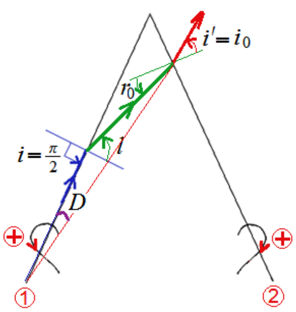
$i = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow r = l = 41.8°$

$l = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 41.8°$

$A = r + r' \Longrightarrow r' = A - l = -11.8° \equiv r_0$

$\sin i' = n \sin r' \Longrightarrow i' = -18° \equiv i_0$

$D = i + i' - A \Longrightarrow D = 42° \equiv D_{\max}$



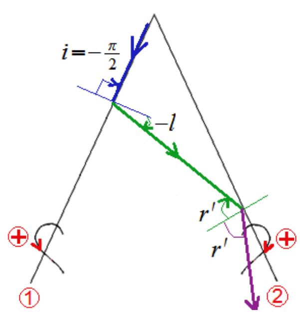
$\hookrightarrow$ $2^{ème}$ *cas:*

$i = -\frac{\pi}{2}$

$\Longrightarrow r = \arcsin(-\frac{1}{n}) = -l = -41.8°$

$A = r + r' \Longrightarrow r' = A + l = 71.8°$

$r' > l \Longrightarrow$ réflexion totale. Le rayon n'émerge pas du prisme.

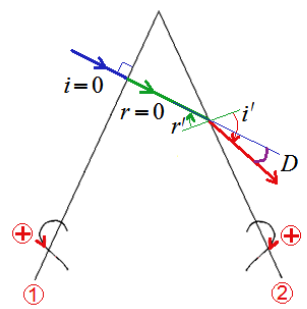


b) *Incidence normale:*

$i = 0 \Longrightarrow r = 0$

$r' = A - r \Longrightarrow r' = 30° \Longrightarrow i' = 48.6°$

$D = i + i' - A \Longrightarrow D = 18.6°$

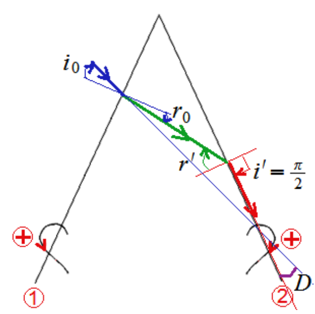


$c)$ *Emergence rasante*

$\hookrightarrow$ 1^{er} *cas:*

$i' = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow r' = l = 41.8°$

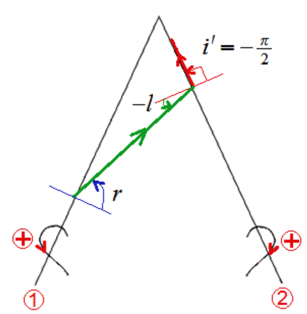
$\Longrightarrow r = A - l = -11.8° \equiv r_0 \Longrightarrow i = r = i_0 = -18° \Longrightarrow D = 42°$



$\hookrightarrow$ $2^{ème}$ *cas:*

$i' = -\frac{\pi}{2} \Longrightarrow r' = -l = -41.8°$

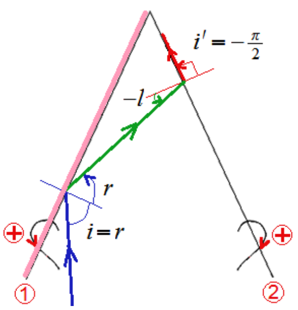
$\Longrightarrow r = A - r' = A + l = 71.8°$



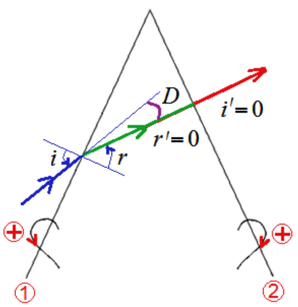
Cependant, $r > l$ est inacceptable car: *Face* $(1) \equiv D_{1-n} \Longrightarrow r \leqslant l \Longrightarrow i' = -\frac{\pi}{2}$: rejetée, sauf si *Face* $(1) \equiv$ miroir et ce n'est pas le cas.

Si *Face* $(1) \equiv$ *miroir*

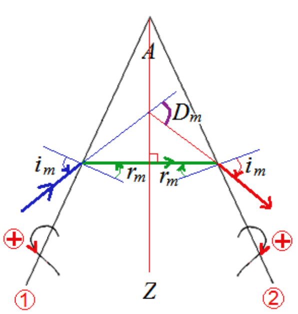
$i = r$



d) *Emergence normale:*
$i' = 0 \Longrightarrow r' = 0 \Longrightarrow r = A - r' = 30° \Longrightarrow i = 48.6° \Longrightarrow D = 18.6°$

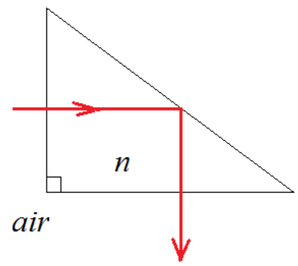


e) *Minimum de déviation:*
$r_m = \frac{A}{2} = 15°$
$\sin i_m = n \sin r_m \Longrightarrow i_m = 22.8°$
$D_m = 2i_m - A = 15.68°$

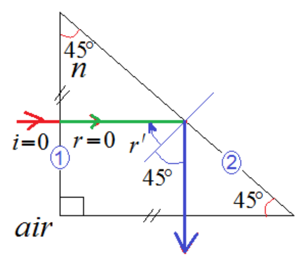


Exercice 4:

A quelle relation doit satisfaire l'indice n d'un prisme rectangle isocèle utilisé dans les conditions de la figure pour que l'on se retrouve dans le cas d'une réflexion totale? Comment se comporte alors le prisme?



Réponses



Face (1): D_{1-n}
$i = 0 \Longrightarrow r = 0$
Face (2): D_{n-1}
$r' = 45°$: angle d'incidence.

Réflexion totale $\Longrightarrow$ il faut que $r' > l$; $l = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$

$r' > l \Longrightarrow \sin r' > \sin l \Longrightarrow \sin r' > \frac{1}{n} \Longrightarrow n >$ et $\frac{1}{\sin r'} \simeq 1.41 \Longrightarrow n > 1.41$

Le prisme se comporte alors comme un miroir.

Exercice 5:

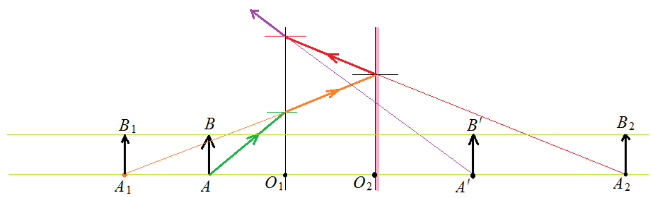
Une lame à faces parallèles d'épaisseur $3cm$ et d'indice 1.5 est argentée sur sa deuxième face. A $20cm$ de la première face se trouve un objet plan vertical AB.

1) Déterminer les images successives de AB. Donner la position et la grandeur de l'image définitive $A'B'$.

2) Montrer que quelle que soit la distance de l'objet AB par rapport à la première face, son image $A'B'$ lui sera symétrique par rapport à un plan que l'on déterminera.

Réponses :

$1)A_1$



$AB \overset{D_{1-n}}{\longrightarrow} A_1B_1 \overset{M}{\longrightarrow} A_2B_2 \overset{D_{n-1}}{\longrightarrow} A'B'$

$\hookrightarrow \underline{D_{1-n}}$

$O_1 \begin{cases} A : O.R & \longrightarrow & A_1 : I.V \\ 1 & & n \end{cases} \Longrightarrow O_1A = \frac{O_1A_1}{n} \Longrightarrow O_1A_1 = nO_1A$

$\hookrightarrow \underline{Miroir}$

A_1 va jouer le rôle d'un objet réel par rapport à M.

$A_1 : O.R \longrightarrow A_2 : I.V \Longrightarrow O_2A_1 = O_2A_2$

$\hookrightarrow \underline{D_{n-1}}$

A_2 va jouer le rôle d'un objet réel par rapport à D_{n-1}.

$D_{n-1} : O_1 \begin{cases} A_2 : O.R & \longrightarrow & A' : I.V \\ n & & 1 \end{cases} \Longrightarrow \frac{O_1A_2}{n} = O_1A'$

On pose: $O_1A = a$

$\hookrightarrow D_{1-n} : O_1A_1 = nO_1A \Longrightarrow O_1A_1 = na$

$\hookrightarrow M : O_2A_2 = O_2A_1$

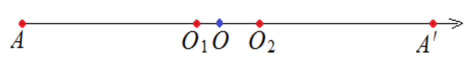
$O_2A_1 = e + O_1A_1 = e + na \Longrightarrow O_2A_2 = e + na$

$\hookrightarrow D_{n-1} : O_1A' = \frac{O_1A_2}{n} = \frac{e+O_2A_2}{n} = \frac{2e+na}{n} = \frac{2e}{n} + a = 24cm$

Le dioptre et le miroir plans conservent les grandeurs des objets.

$\Longrightarrow AB = A_1B_1 = A_2B_2 = A'B'$

2) Soit $O \in [AA']$, un point du plan de symétrie $\Longrightarrow \overline{AO} = \overline{OA'}$



$\overline{AO} = \overline{AO_1} + \overline{O_1O} = a + \overline{O_1O}$

$\overline{OA'} = \overline{OO_1} + \overline{O_1A'} = \overline{OO_1} + \frac{2e}{n} + a$

$\overline{AO} = \overline{OA'} \Longrightarrow a + \overline{O_1O} = \overline{OO_1} + \frac{2e}{n} + a$

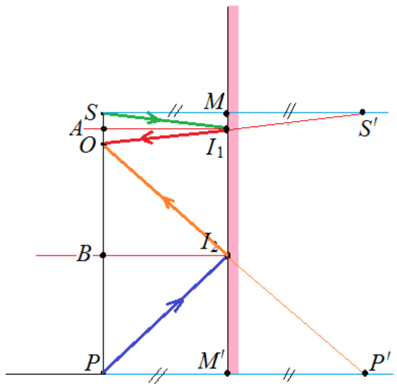
$\Longrightarrow \overline{O_1O} - \overline{OO_1} = \frac{2e}{n}$

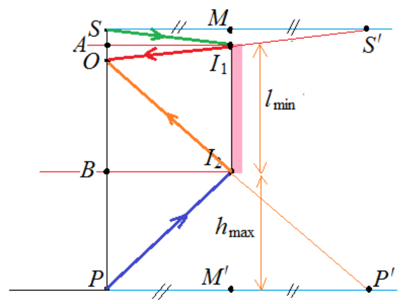
$\Longrightarrow \overline{O_1O} + \overline{O_1O} = 2\overline{O_1O} = \frac{2e}{n} \Longrightarrow \overline{O_1O} = \frac{e}{n} = 2cm$

Exercice 6:

Un individu qui se tient à $2m$ d'un miroir fixé à un mur, désire s'y voir entièrement. Il mesure $1.85m$ et ses yeux se situent à $11cm$ du sommet de son crâne. Déterminer la longueur minimum $l_{\min}$ que doit avoir ce miroir ainsi que la hauteur maximale $h_{\max}$ à laquelle doitêtre fixée la base du miroir par rapport au sol.

Réponses :





S : sommet du crâne, d'image S'.
P : pieds d'image P'.
$\hookrightarrow$ Pour que O voit S il faut que le rayon réflechi passe par O.
$S \longrightarrow S' \Longrightarrow MS = MS'$ et $MI_1 = \frac{SO}{2}$
$\hookrightarrow$ Pour que O voit P il faut que le rayon réflechi passe par O.
$P \longrightarrow P' \Longrightarrow M'P = M'P'$ et $M'I_2 = \frac{PO}{2}$
$\hookrightarrow l_{\text{min}} = I_1 I_2 = AO + OB = \frac{SO}{2} + \frac{OP}{2}$
$\Longrightarrow l_{\text{min}} = \frac{SP}{2} = 92.5cm$
$\hookrightarrow h_{\text{max}} = M'I_2 = \frac{PO}{2} = 87cm$