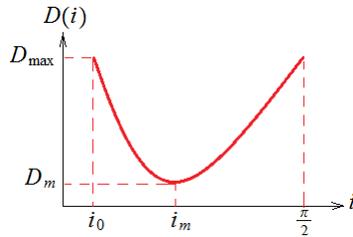


28

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Pr B. Boutabia-Chéraitia

D varie en fonction de i suivant l'allure suivante:



$$D = i + i' - A$$

$$D_m = D(i_m) = 2i_m - A$$

$$D_{\max} = D(i_0) = D\left(\frac{\pi}{2}\right) = i_0 + \frac{\pi}{2} - A$$

Démonstration

Rappel Si $f = f(x) \Rightarrow df = f'(x)dx$

df : différentielle de f

$$D = i + i' - A \equiv D(i) \Rightarrow dD = di + di' - dA = di + di'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \\ A = r + r' \\ D = (i + i') - A \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} \text{en différenciant} \\ \implies \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos i \, di = n \cos r \, dr \dots (1) \\ \cos i' \, di' = n \cos r' \, dr' \dots (2) \\ 0 = dr + dr' \dots (3) \\ dD = di + di' \dots (4) \end{array} \right.$$

29

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Pr B. Boutabia-Chéraitia

$$\text{Si } D = D_m \Rightarrow \frac{dD}{di} = 0$$

$$(4) \Rightarrow \frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di} \Rightarrow \frac{di'}{di} = -1$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{di'}{di} = \frac{\cos r' \cos i}{\cos r \cos i'} \frac{dr'}{dr} = -\frac{\cos r' \cos i}{\cos r \cos i'} \Rightarrow \frac{\cos r' \cos i}{\cos r \cos i'} = 1$$

$$\Rightarrow \cos r' \cos i = \cos r \cos i'$$

$$\Rightarrow \cos r' \sqrt{1 - \sin^2 i} = \cos r \sqrt{1 - \sin^2 i'}$$

$$\Rightarrow \cos^2 r' (1 - n^2) = \cos^2 r (1 - n^2)$$

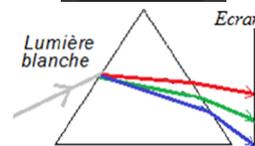
$$\Rightarrow r = r'$$

$$\Rightarrow n \sin r = n \sin r' \Rightarrow i = i'$$

3-4- DISPERSION DE LA LUMIERE PAR LE PRISME

L'indice de réfraction n du prisme varie avec chaque λ :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} : \text{formule empirique de Cauchy}$$



30 OPTIQUE GEOMETRIQUE

Pr B. Boutabia-Chéraitia

Exercice 6

Un prisme placé dans l'air, a un angle au sommet de 60° . L'angle de déviation minimale est de 38.93° .

Quels sont l'angle d'incidence et de réfraction sur la 1^{ère} face, et l'indice de réfraction du prisme?

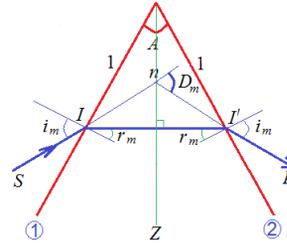
Réponses:

$$\hookrightarrow i_m = \frac{D_m + A}{2} = \frac{38.93 + 60}{2} = 49.46^\circ$$

Face (1)

$$\sin i_m = n \sin r_m \Rightarrow n = \frac{\sin i_m}{\sin r_m} = 1.52$$

$$r_m = \frac{A}{2} = 30^\circ$$



31 OPTIQUE GEOMETRIQUE

Pr B. Boutabia-Chéraitia

Exercice 7

Un prisme possède un angle au sommet de 60° . Si ce prisme est placé dans l'air, l'angle de déviation minimale est de 52.88° , et s'il est placé dans un liquide, l'angle de déviation minimale est de 6.46° .

Quelles sont les indices de réfraction du prisme et du liquide?

Réponses:

$$\hookrightarrow \text{Si } n' = 1$$

$$i_m = \frac{D_m + A}{2} = \frac{52.88 + 60}{2} = 56.44^\circ$$

Face (1)

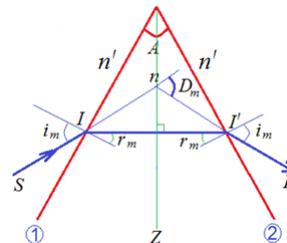
$$\sin i_m = n \sin r_m \Rightarrow n = \frac{\sin i_m}{\sin r_m} = \frac{\sin i_m}{\sin \frac{A}{2}} = 1.66$$

$$\hookrightarrow \text{Si } n' \neq 1$$

$$i_m = \frac{D_m + A}{2} = \frac{6.46 + 60}{2} = 33.23^\circ$$

Face (1)

$$n' \sin i_m = n \sin r_m \Rightarrow n' = n \frac{\sin r_m}{\sin i_m} = n \frac{\sin \frac{A}{2}}{\sin i_m} = 1.52$$



32 OPTIQUE GEOMETRIQUE

Pr B. Boutabia-Chéraitia

4- LE MIROIR PLAN

4-1- LOIS DE DESCARTES

M : Miroir plan

AI : rayon incident (NN') : normale

i : angle d'incidence

(P) : plan d'incidence.

$(P) \ni AI$ et (NN')

IR : rayon réfléchi

r : angle de réflexion

1ère loi de Descartes

IR se trouve dans (P) .

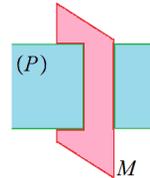
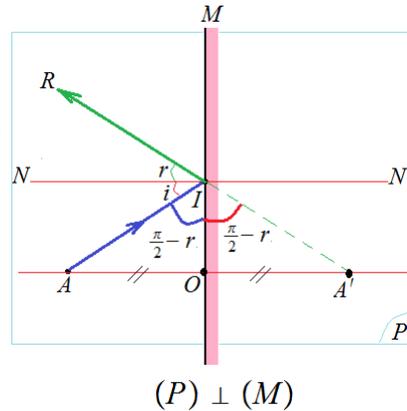
2ème loi de Descartes

$i = r$

Par conséquent:

$\widehat{AOI} = \widehat{A'OI} \Rightarrow OA = OA'$

Objet et image sont **symétriques** par rapport à M .



33 OPTIQUE GEOMETRIQUE

Pr B. Boutabia-Chéraitia

4-2- CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UN OBJET REEL

Objet \leftrightarrow rayon incident

\Rightarrow tout objet situé dans le plan d'incidence est réel.

$\Rightarrow A : O.R$

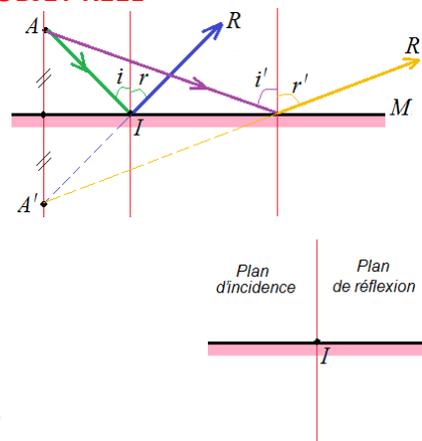
Image \leftrightarrow rayon réfléchi

\Rightarrow toute image située dans le plan de réflexion est réelle.

$\Rightarrow A' : I.V$

A et A' dits **conjugués** l'un de l'autre.

A tout objet, correspond **une seule et unique** image \Rightarrow le miroir plan est **rigoureusement stigmatique**.

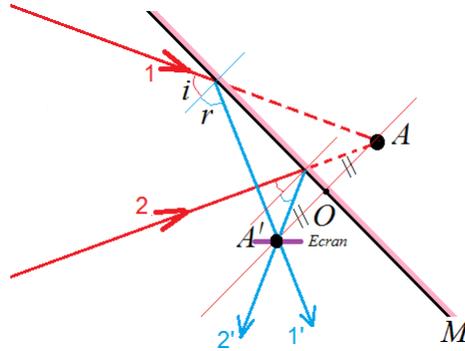


4-3- CONSTRUCTION DE L'IMAGE D'UN OBJET VIRTUEL

34 OPTIQUE GEOMETRIQUE

Pr B. Boutabia-Chéraitia

Le faisceau convergent est intercepté par M .



$$A : O.V \rightarrow A' : I.R$$

A' : **symétrique** de A par rapport à M .

$$OA = OA'$$

A l'aide de l'écran, on obtient en A' un **point lumineux**.

35 OPTIQUE GEOMETRIQUE

Pr B. Boutabia-Chéraitia

Exercice 8

Un rayon lumineux se réfléchit successivement sur deux miroirs plans qui font entre eux un angle aigu α .

Déterminer l'angle que font entre eux les rayons incident et émergent sachant que sur chaque miroir on a une réflexion unique.

Réponses:

↪ Si on a plus d'une réflexion sur chaque miroir:

↪ Si on a une réflexion unique sur chaque miroir:

$$SI \xrightarrow{M_1} II' \xrightarrow{M_2} I'R$$

$$\gamma = (\widehat{SI, I'R}) : \text{angle extérieur dans } \widehat{IOI'}$$

$$\Rightarrow \gamma = 2\theta + 2\sigma = 2(\theta + \sigma)$$

α : angle extérieur dans $\widehat{IKI'}$

$$\Rightarrow \alpha = \theta + \sigma \Rightarrow \gamma = 2\alpha$$

