Aussi,

↪ q_1 est dans le champ $\overrightarrow{E_2}$ créé par $q_2 \Rightarrow$ on dit que q_1 possède une énergie potentielle électrostatique à cause de ce champ et on écrit:

$$E_{p_1} = q_1 K \frac{q_2}{r} \equiv q_1 V_{2/1}$$

$V_{2/1} = K\frac{q_2}{r}$: **potentiel électrique** créé par la charge q_2 au point où se localise la charge q_1.

↪ de même, q_2 est dans le champ $\overrightarrow{E_1}$ créé par $q_1 \Rightarrow q_2$ possède l'**énergie potentielle électrostatique**:

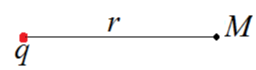
$$E_{p_2} = q_2 K \frac{q_1}{r} \equiv q_2 V_{1/2}$$

$V_{1/2}$: **potentiel électrique** créé par q_1 au point où se localise q_2.

De manière générale:

Toute charge q crée en tout point M situé à la distance r de q, le potentiel:

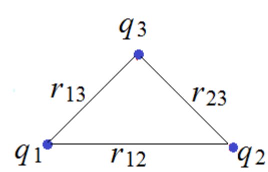
$$V_M = K\frac{q}{r} \qquad [V_M] = \text{Volts } (V)$$



Si on a plusieurs charges $q_i \Rightarrow V_M = \sum_i V_i = \sum_i K\frac{q_i}{r_i}$

On a : $E_p = E_{p_1} = E_{p_2} \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}(E_{p_1} + E_{p_2})$

Soit: $E_p = \frac{1}{2}(q_1 V_{2/1} + q_2 V_{1/2})$



Cas de 3 charges

$$\begin{aligned}
E_p &= E_p(q_1,q_2) + E_p(q_1,q_3) + E_p(q_2,q_3) \\
&= K\frac{q_1q_2}{r_{12}} + K\frac{q_1q_3}{r_{13}} + K\frac{q_2q_3}{r_{23}} \\
&= \frac{1}{2}[q_1(K\frac{q_2}{r_{12}}) + q_2(K\frac{q_1}{r_{12}})] + \frac{1}{2}[q_1(K\frac{q_3}{r_{13}}) + q_3(K\frac{q_1}{r_{13}})] \\
&\quad + \frac{1}{2}[q_2(K\frac{q_3}{r_{23}}) + q_3(K\frac{q_2}{r_{23}})] \\
&= \frac{1}{2}[q_1(K\frac{q_2}{r_{12}} + K\frac{q_3}{r_{13}}) + q_2(K\frac{q_1}{r_{12}} + K\frac{q_3}{r_{23}}) + q_3(K\frac{q_1}{r_{13}} + K\frac{q_2}{r_{23}})] \\
&= \frac{1}{2}[q_1(V_{2/1} + V_{3/1}) + q_2(V_{1/2} + V_{3/2}) + q_3(V_{1/3} + V_{2/3})]
\end{aligned}$$

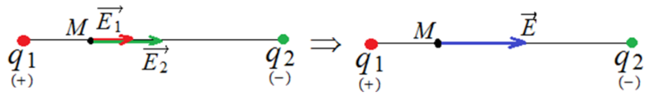
De façon générale

Quel que soit n le nombre de charges:

$$E_p = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{n} q_i V_{j/i}$$

Remarques:

↪ $\vec{E}$ entre deux charges de signes ≠ *se dirige toujours du* $(+) \rightarrow (-)$



$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$

$\vec{E} : (+) \rightarrow (-)$

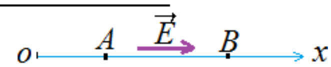
↪ *Le champ électrique dérive d'un potentiel*

On écrit: $E = -\frac{dV}{dx}$

En effet: $V = K\frac{q}{x} \Rightarrow -\frac{dV}{dx} = K\frac{q}{x^2} \equiv E$

↪ $\vec{E}$: *toujours dans le sens des potentiels décroissants.*

Si $\vec{E} : A \rightarrow B \Rightarrow V_A > V_B$



$AB = l$

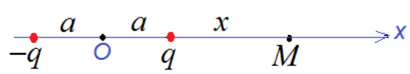
En effet: Soit $\vec{E} = Cste.$

$$dV = -Edx \Rightarrow \int_A^B dV = -\int_A^B Edx = -E\int_A^B dx \Rightarrow V_B - V_A = -E(x_B - x_A)$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = El \Rightarrow E = \frac{V_A - V_B}{l} \Rightarrow V_A > V_B$$

$V_A - V_B$: *ddp* entre A et B dite aussi **chute de potentiel**.

Exercice 3:



$q > 0$

1) Donner l'expression du potentiel électrique au point M.

2) Déduire l'expression du champ électrique. Vérifier.

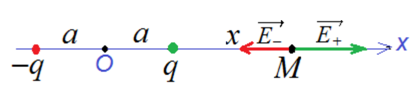
Réponses:

1) $V = V_+ + V_- \Rightarrow V = Kq\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2a}\right)$

$V_+ = K\frac{q}{x}$ $\quad V_- = K\frac{-q}{x+2a}$

2) $E = -\frac{dV}{dx} = -Kq\left(-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2a)^2}\right) \Rightarrow E = Kq\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+2a)^2}\right)$

Vérification

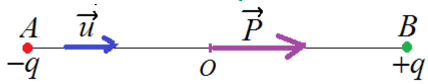


$\vec{E} = \vec{E_+} + \vec{E_-}$

$E_+ = K\frac{|q|}{x^2} = K\frac{q}{x^2}$ $\quad E_- = K\frac{|-q|}{(x+2a)^2} = K\frac{q}{(x+2a)^2}$

$E = E_+ - E_- \Rightarrow E = Kq\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+2a)^2}\right)$

5- DIPOLE ELECTRIQUE



$q > 0 \qquad OA = OB = a$

$\vec{P}$: ***moment dipôlaire électrique*** du dipôle. $\qquad \vec{P} : -q \rightarrow +q$

$\vec{P} = q\overrightarrow{AB} = 2aq\vec{u} \qquad [P] = C.m$

6- CHAMP ET POTENTIEL AU VOISINAGE D'UN DIPOLE

<u>Potentiel en M</u>

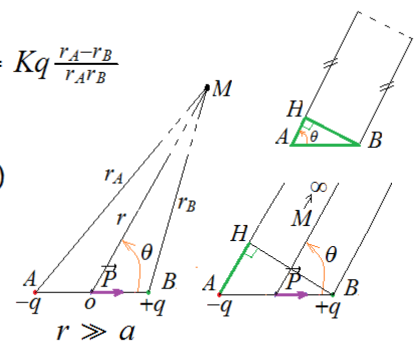
$V_M = V_- + V_+ = Kq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) \Rightarrow V_M = Kq\frac{r_A - r_B}{r_A r_B}$

$V_- = K\frac{-q}{r_A} \qquad V_+ = K\frac{q}{r_B}$

On a pratiquement: $(MA)//(MB)//(MO)$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_A - r_B = AH = 2a\cos\theta \\ r_A \times r_B \simeq r^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_M = \frac{K2aq\cos\theta}{r^2} \equiv \frac{KP\cos\theta}{r^2} = K\frac{\vec{P}\vec{r}}{r^3}$$



<u>*Champ électrique en M*</u>

Le champ dérive d'un potentiel $\Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla}V \equiv -\overrightarrow{\text{grad}}V$

$\vec{\nabla}$: vecteur ***gradient***.

<u>*Notons que:*</u>

$\hookrightarrow \vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}$: en coordonnées cartésiennes (x,y).

<u>*Exemple:*</u> $\quad f(x,y) = 3x^2 + 5xy \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 6x + 5y \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 5x \end{cases} \Rightarrow \vec{\nabla}f = \begin{pmatrix} 6x + 5y \\ 5x \end{pmatrix}$

$\frac{\partial f}{\partial x}$: dérivée **partielle** de f par rapport à x.

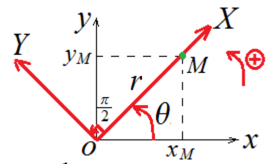
$\frac{\partial f}{\partial y}$: dérivée **partielle** de f par rapport à y.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \Rightarrow \vec{E} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial V}{\partial x} \\ -\frac{\partial V}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \qquad \vec{E} = \vec{E_x} + \vec{E_y}$$

16 **BIOELECTRICITE** *Pr B. Boutabia-Chéraitia*

$\hookrightarrow \vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} \end{pmatrix}$: en coordonnées polaires (r,θ).

oXY : repère polaire.



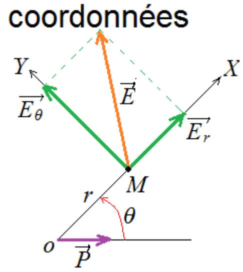
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \Rightarrow \vec{E} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial V}{\partial r} \\ -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_r \\ E_\theta \end{pmatrix}$$

$$\left(\overrightarrow{ox}, \overrightarrow{oM}\right) = \theta$$

$$\left(\overrightarrow{oX}, \overrightarrow{oY}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{E} = \vec{E_r} + \vec{E_\theta}$$

Pour le dipôle, $r \gg a \Rightarrow$ il convient de travailler en coordonnées polaires.



$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{KP\cos\theta}{r^2}\right) = \frac{2KP\cos\theta}{r^3}$$

E_r : composante radiale.

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{KP\cos\theta}{r^2}\right) = \frac{KP\sin\theta}{r^3}$$

E_θ : composante orthoradiale.

$$\vec{E} = \vec{E_r} + \vec{E_\theta} \Rightarrow E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{KP\sqrt{1+3\cos^2\theta}}{r^3}$$