

Corrigé Série 4 : Biophysique des solutions (3)

Exercice 1:

La concentration équivalente en anions dans un liquide intracellulaire est de $170mEq/l$. Les seuls cations dont la concentration est assez élevée pour intervenir dans le bilan électrolytique global sont le $Na^+(23g/mole)$, le $K^+(39g/mole)$, et le $Mg^{2+}(24g/mole)$. Sachant que $Cp_{Na^+} = 0.46g/l$ et $Cp_{K^+} = 4.48g/l$, calculer $Cp_{Mg^{2+}}$.

Réponses :

$$\begin{aligned} \text{Electroneutralité} &\implies Ce^+ = Ce^- \\ C_e^+ &= \sum_i |z_i^+| C_i^+; C_e^- = \sum_i |z_i^-| C_i^- \\ Ce^+ &= |z_{Na^+}| C_{Na^+} + |z_{K^+}| C_{K^+} + |z_{Mg^{2+}}| C_{Mg^{2+}} \\ &= C_{Na^+} + C_{K^+} + 2C_{Mg^{2+}} \\ C &= \frac{C_p}{M} \implies Ce^+ = \frac{C_{p_{Na^+}}}{M_{Na^+}} + \frac{C_{p_{K^+}}}{M_K} + 2 \frac{C_{p_{Mg^{2+}}}}{M_{Mg}} \\ &\implies Cp_{Mg^{2+}} = 0.42g/l \end{aligned}$$

Exercice 2:

Soient deux compartiments (1) et (2) de même volume $1l$. Le compartiment (1) contient $100mmol$ de $NaCl$ et $2mmol$ d'une macromolécule non dissociée, et le compartiment (2) contient $99mmol$ de KCl et $4mmol$ de la même macromolécule.

- 1) Ces deux compartiments sont séparés par une membrane semi-perméable parfaite. Qu'observe-t-on?
- 2) Ces deux compartiments sont séparés par une membrane perméable à l'eau et aux seuls ions minéraux. On envisage successivement les flux ioniques puis le flux d'eau.
 - a) Comment vont se répartir les ions minéraux après un temps infini?
 - b) Si cette répartition est réalisée sans flux liquidien, le système peut-il être en équilibre? Pourquoi?
 - c) Comment faudrait-il agir sur le système pour que les niveaux des deux compartiments ne changent pas? On admettra qu'à la température de l'expérience, une mole de soluté par litre développe une pression osmotique de $24atm$.

Réponses :

1)

(1)	(2)
$[Na^+]_1 = 100 \text{ mmol/l}$	$[K^+]_2 = 99 \text{ mmol/l}$
$[Cl^-]_1 = 100 \text{ mmol/l}$	$[Cl^-]_2 = 99 \text{ mmol/l}$
$[Pr]_1 = 2 \text{ mmol/l}$	$[Pr]_2 = 4 \text{ mmol/l}$

$$\omega_1 = 100 + 100 + 2 = 202 \text{ osmol/m}^3$$

$$\omega_2 = 99 + 99 + 4 = 202 \text{ osmol/m}^3$$

$\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow$ pas de flux d'eau

2) a) Initialement:

(1)	(2)
$[Na^+]_1 = 100 \text{ mmol/l}$	$[Na^+]_2 = 0$
$[K^+]_1 = 0$	$[K^+]_2 = 99 \text{ mmol/l}$
$[Cl^-]_1 = 100 \text{ mmol/l}$	$[Cl^-]_1 = 99 \text{ mmol/l}$
$[Pr]_1 = 2 \text{ mmol/l}$	$[Pr]_2 = 4 \text{ mmol/l}$

Après un temps infini:

$$C_\infty = \frac{C_{1i} + C_{2i}}{2}$$

$$[Na^+]_1 = [Na^+]_2 = \frac{100+0}{2} = 50 \text{ mmol/l}$$

$$[Cl^-]_1 = [Cl^-]_2 = \frac{100+99}{2} = 99.5 \text{ mmol/l}$$

$$[K^+]_1 = [K^+]_2 = \frac{0+99}{2} = 49.5 \text{ mmol/l}$$

b) Sans flux liquidien, le système ne peut pas être en équilibre car

$$[Pr]_2 > [Pr]_1.$$

$$[Pr]_2 > [Pr]_1 \Rightarrow \Delta\pi = ([Pr]_2 - [Pr]_1) RT$$

$\Delta\pi$: responsable d'un flux d'eau de (1) \rightarrow (2).

c) Pour que les niveaux des deux compartiments ne changent pas il faut empêcher le flux d'eau en appliquant une pression mécanique P qui annulera la pression osmotique $\Delta\pi$:

$$\Delta\pi : (1) \rightarrow (2) \Rightarrow P : (2) \rightarrow (1) \text{ et } P = \Delta\pi$$

$$[Pr]_2 - [Pr]_1 = 2 \text{ mmol/l}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ mol/l} \rightarrow 24 \text{ atm} \\ 0.002 \text{ mol/l} \rightarrow P \end{array} \right\} \Rightarrow P = 24 \times 0.002 = 48 \times 10^{-3} \text{ atm}$$

Exercice 3:

Un récipient est séparé en deux compartiments (1) et (2) par une membrane dialysante. On verse dans chacun d'eux une solution de $NaCl$ différente, et dans l'un d'eux une solution d'une macromolécule non-diffusible mais électrolytique.

A l'équilibre on a:

$$[N_a^+]_1 \cdot [Cl^-]_1 = 0,16 \text{ (Osmol/l)}^2 ; [Cl^-]_2 = 0,457 \text{ Osmol/l.}$$

- 1) Calculer $[Na^+]_2$.
- 2) De quel côté se trouve la macromolécule chargée? Préciser le signe de sa charge et calculer son osmolarité sachant que la valeur absolue de sa valence est 18.
- 3) Calculer la pression osmotique exercée par un compartiment sur l'autre, à la température de 17° .
- 4) Calculer le potentiel de Donnan ainsi que le champ transmembranaire, sachant que l'épaisseur de la membrane est de $10\mu m$. Représenter ce champ sur un schéma.

Réponses :

1) Relation d'équilibre de Donnan:

$$\frac{1}{z} \ln \frac{[I]_2}{[I]_1} = \frac{1}{z'} \ln \frac{[I']_2}{[I']_1}$$

$$\begin{aligned} & I : Na^+ \text{ et } I' : Cl^- \\ \frac{[Na^+]_1}{[Na^+]_2} &= - \frac{[Cl^-]_1}{[Cl^-]_2} \implies \frac{[Na^+]_1}{[Na^+]_2} = \frac{[Cl^-]_2}{[Cl^-]_1} \\ \implies [Na^+]_1 [Cl^-]_1 &= [Na^+]_2 [Cl^-]_2 = 0.16 \text{ (Osmol/l)}^2 \\ \implies [Na^+]_2 &= \frac{[Na^+]_1 [Cl^-]_1}{[Cl^-]_2} = \frac{0.16}{0.457} = 0.35 \text{ osmol/l} \end{aligned}$$

2) A l'équilibre de Donnan:

$[Na^+]_1 = ?; [Cl^-]_1 = ?; [Na^+]_2 = 0.35; [Cl^-]_2 = 0.457 \text{ osmol/l}$
On remarque que $[Na^+]_2 \neq [Cl^-]_2 \implies Pr$ se trouve dans (2).

Rappel de cours

(1)	(2)
$[B^+]_1 = C + x$	$[B^+]_2 = C + zC' - x$
$[A^-]_1 = C + x$	$[A^-]_2 = C - x$
	$[Pr^{z-}] = C'$

→ Dans (1), on doit avoir l'électroneutralité: $C_{e_1}^+ = C_{e_1}^-$
 $C_{e_1}^+ = C_{e_1}(Na^+) = |+1| [Na^+]_1 = [Na^+]_1$
 $C_{e_1}^- = C_{e_1}(Cl^-) = |-1| [Cl^-]_1 = [Cl^-]_1$
 $C_{e_1}^+ = C_{e_1}^- \implies [Na^+]_1 = [Cl^-]_1$
 $[Na^+]_1 \cdot [Cl^-]_1 = 0,16 \text{ (Osmol/l)}^2 \implies [Na^+]_1 = [Cl^-]_1 = \sqrt{0,16} = 0.4 \text{ osmol/l}$

→ Dans (2) on doit avoir l'électroneutralité: $C_{e_2}^+ = C_{e_2}^-$
 $C_{e_2}(Na^+) = [Na^+]_2$

$$\begin{aligned}
C_{e_2}(Cl^-) &= [Cl^-]_2 \\
C_{e_2}(Na^+) &< C_{e_2}(Cl^-) \implies \text{il faut que } Pr \text{ soit chargée positivement} \\
\implies Pr^{18+} & \\
C_{e_2}(Na^+) + C_{e_2}(Pr^{18+}) &= C_{e_2}(Cl^-) \\
[Na^+]_2 + |18| [Pr^{18+}] &= [Cl^-]_2 \\
\implies [Pr^{18+}] &= \frac{[Cl^-]_2 - [Na^+]_2}{18} = 6 \text{ mmol/l} \implies \omega_{Pr^{18+}} = 6 \text{ mosmol/l} \\
3) \Delta\pi &= \Delta\omega RT = (\Delta\omega_i + \omega_p) RT \\
&= [(\omega_{Na^+} + \omega_{Cl^-} - \omega_{Na^+} - \omega_{Cl^-}) + \omega_{Pr^{18+}}] RT \\
&= [(350 + 457 - 400 - 400) + 6] \times 8.31 \times (273 + 17) \\
&= 31328 \text{ Pa} \\
\Delta\pi : (1) \longrightarrow (2)
\end{aligned}$$

4) La face (2) de la membrane qui est en face de la protéine sera chargée positivement \implies la face (1) sera chargée négativement

$$\begin{aligned}
\implies \vec{E} : (2) \longrightarrow (1) &\implies V_2 > V_1 \\
\implies \text{potentiel de la membrane: } V_1 - V_2 &= -\frac{RT}{zF} \ln \frac{C_1}{C_2}
\end{aligned}$$

On applique par exemple pour Na^+ :

$$\begin{aligned}
V_1 - V_2 &= -\frac{RT}{F} \ln \frac{[Na^+]_1}{[Na^+]_2} = -0.00333V = -3.33mV \\
E &= -\frac{V_1 - V_2}{l} = 333V/l
\end{aligned}$$

