41 BIOPHYSIQUE DES SOLUTIONS *Pr B. Boutabia-Chéraitia*

H- LES PHENOMENES DE TRANSPORT

Les **échanges** d'eau et de solutés à travers les membranes, entre les compartiments intra- et extra-cellulaire de l'organisme, sont des **phénomènes** dits "**de transport**" ou "**de transfert**". Ils dépendent de:

- $\ast$ la **nature** des particules transportées (taille, charge, forme).
- $\ast$ l'**osmolarité** des solutions.
- $\ast$ des **pressions** exercées de part et d'autre de la membrane.

1 - TYPES DE TRANSPORTS

3 types de transports:

$\ast$ **passif**, par agitation thermique des particules due à:

- $\hookrightarrow$ la différence de concentrations $\Rightarrow$ **diffusion**.
- $\hookrightarrow$ la différence de pressions $\Rightarrow$ **convection**.
- $\hookrightarrow$ la différence de potentiels électriques $\Rightarrow$ **migration**.

$\ast$ **passif facilité** par des protéines (transporteurs membranaires), de particules **sans dépense d'énergie**.

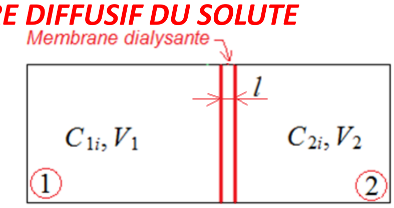
$\ast$ **actif** de particules, par des protéines (transporteurs membranaires) en consommant de **l'énergie chimique** (l'hydrolyse de l'ATP).

42 BIOPHYSIQUE DES SOLUTIONS *Pr B. Boutabia-Chéraitia*

2 - TRANSPORTS PASSIFS

1-1- DEBIT MOLAIRE DIFFUSIF DU SOLUTE

$$C_{1i} > C_{2i} \qquad n_{1i} = C_{1i}V_1 \qquad n_{2i} = C_{2i}V_2$$



$$C_{1f} = C_{2f} \qquad n_{1f} = C_{1f}V_1 \qquad n_{2f} = C_{2f}V_2$$

Même soluté dans (1) et (2) de concentrations initiales respectives C_{1i} et C_{2i}.

On convient d'envisager **successivement** les flux particulaires **ensuite** les flux liquidiens.

$C_{1i} > C_{2i} \Rightarrow$ le soluté **diffuse** de $(1) \rightarrow (2)$ jusqu'à **égalité** des deux concentrations: $C_{1f} = C_{2f} \equiv C_\infty$

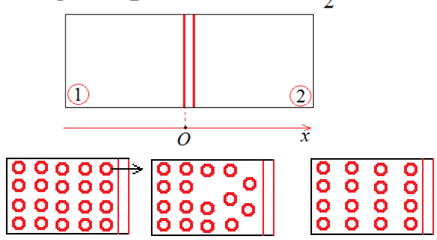
$$n_{1i} + n_{2i} = n_{1f} + n_{2f}$$

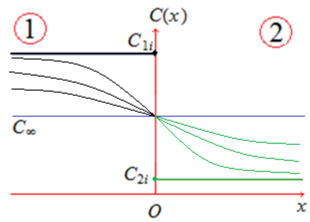
$$C_{1i}V_1 + C_{2i}V_2 = C_{1f}V_1 + C_{2f}V_2$$

$$= C_\infty(V_1 + V_2) \Rightarrow C_\infty = \frac{C_{1i}V_1 + C_{2i}V_2}{V_1 + V_2}$$

43 BIOPHYSIQUE DES SOLUTIONS *Pr B. Boutabia-Chéraitia*

Si $V_1 = V_2 \Rightarrow C_\infty = \frac{C_{1i}+C_{2i}}{2}$





Variation de C en fonction de x

La variation de la concentration est d'abord localisée au niveau de la **membrane** $(x = 0)$, et diminue progressivement jusqu'à **s'annuler** lorsque la densité devient **uniforme** dans les deux compartiments.

On définit par $\frac{dC}{dx}$ le gradient de la concentration (mol/m^4) et on écrit:

$$Q = \frac{dn}{dt} = -DS'\frac{dC}{dx}$$: 1ère loi de "***Fick***"

Q : débit molaire **diffusif** du soluté. $[Q] = mol/s$

D : coefficient de **diffusion** du soluté. $[D] = m^2/s$

S' : surface des pores perméables au soluté.

44 BIOPHYSIQUE DES SOLUTIONS *Pr B. Boutabia-Chéraitia*

<u>*Débit molaire initial:*</u>

$$Q_i = -DS'\frac{dC_i}{dx} = -DS'\frac{\Delta C_i}{l} \equiv \frac{DS'}{l}|\Delta C_i|$$

$dC_i \equiv \Delta C_i < 0$

$dx \equiv l$

<u>*On désigne par:*</u>

↪ S : surface de la membrane.

↪ S_p : surface totale des pores (perméables et imperméables).

$\Rightarrow S_p = S' +$ surface des pores imperméables

↪ K : porosité de la membrane.

$K = \frac{S_p}{S} \Rightarrow S_p = KS$

Et sachant que: $\sigma = \frac{\text{surface des pores imperméables}}{\text{surface totale des pores}}$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{S_p - S'}{S_p} = 1 - \frac{S'}{S_p} = 1 - \frac{S'}{KS}$$

$$\Rightarrow S' = (1-\sigma)KS$$

$$Q = -DS'\frac{dC}{dx} \Rightarrow Q = -D(1-\sigma)KS\frac{dC}{dx} \equiv -D_m S\frac{dC}{dx}$$

$$D_m = D(1-\sigma)K = D\frac{S'}{S}$$

D_m : coefficient de diffusion du soluté dans la membrane.

45 BIOPHYSIQUE DES SOLUTIONS Pr B. Boutabia-Chéraitia

Equation de diffusion:

$$\frac{dC}{dt} = D\frac{d^2C}{dx^2}$$: 2ème loi de "***Fick***"

Remarque:

Dans les lois de "***Fick***", on parle de **débit massique** $\left(\frac{dm}{dt}\right)$ lorsque C exprime la concentration pondérale (C_p).

$\hookrightarrow \frac{dn}{dt} = -DS'\frac{dC}{dx}$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{m}{M}\right) = -DS'\frac{d}{dx}\left(\frac{C_p}{M}\right)$

$\Rightarrow \frac{dm}{dt} = -DS'\frac{dC_p}{dx}$

$\hookrightarrow \frac{dC}{dt} = D\frac{d^2C}{dx^2}$

$\frac{d}{dt}\left(\frac{C_p}{M}\right) = D\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{C_p}{M}\right)$

$\Rightarrow \frac{dC_p}{dt} = D\frac{d^2C_p}{dx^2}$

1-2- FLUX DIFFUSIF DU SOLUTE

$$J_d = \frac{Q}{S} = -D\frac{S'}{S}\frac{dC}{dx} = -D_m\frac{dC}{dx} \qquad [J_d] = mol/s.m^2$$

J_d : flux diffusif du soluté. C'est le débit molaire diffusif par unité de surface.

46 BIOPHYSIQUE DES SOLUTIONS Pr B. Boutabia-Chéraitia

Flux diffusif initial:

$$J_{d_i} = \frac{Q_i}{S} = \frac{D}{l}\frac{S'}{S}|\Delta C_i| \equiv P|\Delta C_i| \qquad [P] = m/s$$

$$P = \frac{D}{l}\frac{S'}{S} = \frac{D_m}{l}$$

P : **perméabilité** diffusive par unité de surface de la membrane.

Remarque:

Le coefficient de diffusion D s'écrit:

$$D = \frac{kT}{f}$$

$\hookrightarrow k$: constante de "***Boltzmann***".

$k = 1.38 \times 10^{-23} J/K$

$\hookrightarrow f$: coefficient de **friction** du solvant sur les particules diffusantes.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} \text{ : force de frottement sur les particules diffusantes.} \\ \vec{v} \text{ : vitesse des particules diffusantes.}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{F} = -f\vec{v}$$

47 BIOPHYSIQUE DES SOLUTIONS Pr B. Boutabia-Chéraitia

Pour les particules **sphériques** de rayon $r \rightarrow f = 6\pi\eta r$

η : coefficient de **viscosité** qui caractérse la résistance à l'écoulement.

$$M = \mathcal{N}m = \mathcal{N}\rho v = \mathcal{N}\rho\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho\mathcal{N}}}$$

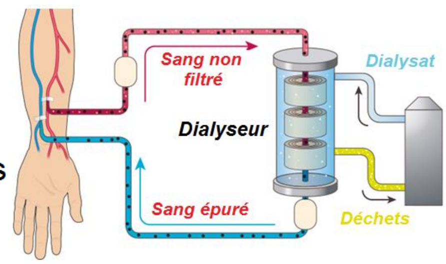
$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r} \Rightarrow D = \frac{k}{6\pi}\frac{T}{\eta}\sqrt[3]{\frac{4\pi\mathcal{N}}{3}}\sqrt[3]{\frac{\rho}{M}} = Cste\frac{T}{\eta}\sqrt[3]{\frac{\rho}{M}}$$

Application médicale

La **dialyse** est une technique de **purification** des solutions. En médecine, elle épure le sang de ses déchets (urée, créatinine, excès de potassium ou de liquide...) à travers une membrane, lorsque les reins ne peuvent plus le faire.

L'hémodialyse

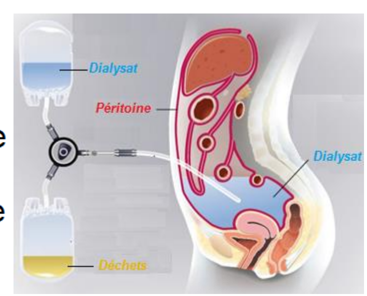
Méthode permettant des échanges à **l'extérieur** du corps entre le sang et un liquide nommé **dialysat**, à travers un filtre artificiel nommé **dialyseur**.



48 BIOPHYSIQUE DES SOLUTIONS Pr B. Boutabia-Chéraitia

La dialyse péritonéale

Méthode permettant des échanges à **l'intérieur** du corps entre le sang et le dialysat, à travers le **péritoine**, membrane richement vascularisée qui enveloppe les organes de la cavité abdominale et le tube digestif.



Exercice 14

Deux solutions aqueuses d'une même substance, de concentrations $20mmol/l$ et $90mmol/l$, sont séparées par une membrane dialysante d'aire totale $3cm^2$. L'aire des pores en représente 1%, et l'épaisseur de la membrane vaut $10\mu m$. Le débit molaire initial du soluté étant de $4.2pmol/s$, calculer la perméabilité diffusive de la membrane et le coefficient de diffusion.

Réponses:

$$\hookrightarrow \left.\begin{array}{l} J_{d_i} = \frac{Q_i}{S} \\ J_{d_i} = P|\Delta C_i| \end{array}\right\} \Rightarrow P = \frac{Q_i}{S|\Delta C_i|} = \frac{4.2\times10^{-12}}{3\times10^{-4}\times70} = 0.2\times10^{-9} m/s$$

$$\hookrightarrow P = \frac{D}{l}\frac{S'}{S}$$

$$\frac{S'}{S} = (1-\sigma)K \overset{\sigma=0}{\Rightarrow} \frac{S'}{S} = K \equiv \frac{S_p}{S} \qquad S_p = 10^{-2}S$$

$$\Rightarrow P = \frac{D}{l}\frac{S_p}{S} \Rightarrow D = \frac{PlS}{S_p} = \frac{0.2\times10^{-9}\times10^{-5}}{10^{-2}} = 0.2\times10^{-12} m^2/s$$

Exercice 15

Deux solutions aqueuses de saccharose à $0.3 mol/l$ et $0.1 mol/l$, sont séparées par une membrane dialysante de surface $20 cm^2$ et d'épaisseur $0.2 mm$. Sachant que la perméabilité diffusive de cette membrane vis à vis du saccharose est de $2.5\times10^{-6} m/s$, calculer le débit molaire initial en $\mu mol/s$.

Réponses:

$$Q_i = PS|\Delta C_i| = 2.5\times10^{-6}\times20\times10^{-4}(0.3-0.1)\times10^3$$
$$= 10^{-6} mol/s = 1 \mu mol/s$$

Exercice 16

Une molécule de myoglobine ($17 kg/mol$) modélisée par une sphère, a un coefficient de diffusion $D = 1.2\times10^{-10} m^2/s$ dans l'eau à $0°C$, la viscosité de l'eau étant égale à $10^{-3} Pa.s$.

1) Calculer son rayon en (nm)

2) Déduire la masse molaire d'une macromolécule sphérique de même densité que la myoglobine, sachant qu'à $37°C$ son coefficient de diffusion dans un solvant de viscosité $1 mPa.s$ vaut $0.65 m^2/s$.

Réponses:

1) $D = \frac{kT}{6\pi\eta r} \Rightarrow r = \frac{kT}{6\pi\eta D} = \frac{1.38\times10^{-23}\times273}{6\pi\times10^{-3}\times1.2\times10^{-10}} = 1.66\times10^{-9} m = 1.66 nm$

2) Myoglobine $\rightarrow D_1 = Cste\frac{T_1}{\eta_1}\left(\frac{\rho_1}{M_1}\right)^{1/3}$

Macromolécule $\rightarrow D_2 = Cste\frac{T_2}{\eta_2}\left(\frac{\rho_2}{M_2}\right)^{1/3}$ $\qquad \eta_1 = \eta_2$

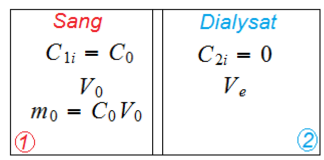
$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{T_1}{T_2}\times\frac{\eta_2}{\eta_1}\times\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{1/3}\times\left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{1/3} = \frac{T_1}{T_2}\times\left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{1/3} \qquad \rho_1 = \rho_2$$

$$\Rightarrow M_2 = M_1\times\left(\frac{D_1}{D_2}\times\frac{T_2}{T_1}\right)^3 = 4880 g/mol$$

Exercice 17:

Un rein artificiel utilisé en hémodialyse chronique a une surface de diffusion $S = 0.5m^2$ et une longueur moyenne de pores $l = 50\mu m$. A travers cette surface sont mis en équilibre d'une part le sang du malade, et d'autre part un liquide constamment renouvelé (dialysat), isotonique au plasma et dépourvu d'urée. Le coefficient de diffusion de l'urée dans la membrane vaut $10^{-9}m^2/s$. Si un patient dialysé a une urémie initiale de $5g/l$, calculer le débit massique initial d'urée en (mg/s).

Réponses:



$$Q_i = \left(\frac{dm}{dt}\right)_i = PS|\Delta C_i| = \frac{D_m S}{l}|\Delta C_i|$$

$$|\Delta C_i| = C_0 - 0 = C_0$$

$$\Rightarrow Q_i = \frac{D_m S}{l} C_0 = \frac{10^{-9} \times 0.5}{50 \times 10^{-6}} \times 5 \times 10^3 = 5 \times 10^{-2} g/s = 50 mg/s$$