

Série double

Meriem Bouhadjar

Sous la Direction de Meriem. Bouhadjar

2020/2021

Exercice n 1

Sur un même échantillon de 100 familles, on a relevé le revenu mensuel X (en milliers de dinar) avec le nombre de voitures Y que possède une famille.

X/Y	0	1	2	3
5	5	9	1	0
9	4	12	8	1
14	4	15	10	0
21	0	3	12	1
33,5	0	5	8	2

Exercice n 1

- 1 Déterminer le tableau de contingence des effectifs du couple de variables statistiques (X, Y) .
- 2 Déterminer les deux tableaux des distributions marginales X et Y .
- 3 Calculer les paramètres statistiques des couples (X, Y) .
- 4 Calculer la covariance et le coefficient de corrélation.
- 5 Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X .
- 6 Donner une estimation du nombre de voitures pour un revenu mensuel égale à 40.

Solution

1. Le tableau de contingence des effectifs du couple de variable statistique (X, Y) est;

X/Y	0	1	2	3	Total
5	$\frac{5}{0}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{15}{55}$
9	$\frac{4}{0}$	$\frac{12}{108}$	$\frac{8}{144}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{25}{279}$
14	$\frac{4}{0}$	$\frac{15}{210}$	$\frac{10}{280}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{29}{490}$
21	$\frac{0}{0}$	$\frac{3}{63}$	$\frac{12}{504}$	$\frac{1}{63}$	$\frac{16}{630}$
33,5	$\frac{0}{0}$	$\frac{5}{167,5}$	$\frac{8}{536}$	$\frac{2}{201}$	$\frac{15}{904,5}$
Total	13	44	39	4	$\frac{100}{2358,5}$

Solution

2 . La distribution marginale des effectifs de X est résumé par le tableau suivant :

x_i	n_i	f_i	$n_i \cdot x_i$	$n_i \cdot x_i^2$
5	15	0,15	75	375
9	25	0,25	225	2025
14	29	0,29	406	5684
21	16	0,16	336	7056
33,5	15	0,15	502,5	16833,75
Total	100	1	1544,5	31973,75

Solution

La distribution marginale des effectifs de Y est résumé par le tableau suivant :

y_j	$n_{.j}$	$f_{.j}$	$n_{.j}y_j$	$n_{.j}y_j^2$
0	13	0,13	0	0
1	44	0,44	44	44
2	39	0,39	78	156
3	4	0,04	12	36
Total	100	1	134	236

Solution

3. Les paramètres statistiques de X ;

- $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \cdot x_i = \frac{1}{100} 1544,5 = 15,445$

$$\bar{X} = 15,445$$

- $V(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \cdot x_i^2 - \bar{X}^2 = \frac{31973,75}{100} - (15,445)^2 = 319,7375 - 238,548025$

$$V(X) = 81,189475$$

- $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{81,189475}$

$$\sigma(X) = 9,0105$$

Solution

- $C_X = \frac{\sigma(X)}{\bar{X}} = \frac{9,0105}{15,445} = 0,5833$

$$C_X = 58,33\%$$

Les paramètres statistiques de Y ;

- $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^l n_{.j} y_j = \frac{134}{100}$

$$\bar{Y} = 1,34$$

- $V(Y) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^l n_{.j} y_j^2 - \bar{Y}^2 = \frac{236}{100} - (1,34)^2$

$$V(Y) = 0,5644$$

Solution

- $\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{0,5644}$

$$\sigma(Y) = 0,7513$$

- $C_Y = \frac{\sigma(Y)}{Y} = \frac{0,7513}{1,34} = 0,5607$

$$C_Y = 56,07\%$$

Solution

4. La covariance;

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{(\sum_{i=1}^k (\sum_{j=1}^l n_{ij} x_i y_j))}{n} - \bar{X} \cdot \bar{Y}$$

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{2358,5}{100} - [(15,445) \cdot (1,34)]$$

$$\text{cov}(X, Y) = 23,585 - 20,6963$$

$$\text{cov}(X, Y) = 2,8887$$

Solution

le coefficient de corrélation;

$$r = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{2,8887}{(9,0105).(0,7513)} = 0,4267$$

$$r = 42,67\%$$

Solution

5. L'équation de la droite de régression de Y en X ;

$$\bullet a = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)} = \frac{2,8887}{81,189475}$$

$$a = 0,0356$$

$$\bullet b = \bar{Y} - a\bar{X} = (1,34) - [(0,0356) \cdot (15,445)]$$

$$b = 0,7902$$

$$\bullet \text{Donc; } Y = aX + b$$

$$Y = 0,04X + 0,79$$

Solution

6. L'estimation du nombre de voiture pour un revenu mensuel égale à 40 ;
 $Y = 0,04X + 0,79 \Rightarrow Y = 0,04(40) + 0,79 = 2,39 \simeq 3 \text{ voitures}$